

Information für angehende Studierende des Studienganges Maschinenbau
hinsichtlich der Mathematik-Vorkenntnisse
an der Dualen Hochschule Heidenheim

Für die Mathematik-Vorlesung wird vorausgesetzt, dass die angehenden Studierenden bereits Vorkenntnisse in folgenden Stoffgebieten besitzen:

- a) Ebene Trigonometrie (Sinussatz, Kosinussatz, elementare Eigenschaften von Dreiecken)
- b) Arithmetische und geometrische Folgen und Reihen
- c) Begriff der Relation und Funktion; Grundeigenschaften (Symmetrie, Beschränktheit, Monotonie, Umkehrfunktionen, trigonometrische Funktionen, Exponentialfunktionen, Logarithmusfunktionen)
- d) Elementare Funktionen und ihre Eigenschaften (ganze und gebrochen rationale Funktionen, algebraische Funktionen, trigonometrische Funktionen, Exponentialfunktionen, Logarithmusfunktionen)
- e) Grundlagen der Differentialrechnung (Tangentenproblem, Differenzenquotient, Differentialquotient, Begriff der Ableitung)
- f) Ableitung elementarer Funktionen, höhere Ableitungen
- g) Differentiationsregeln (Summen-, Produkt-, Quotienten- und Kettenregel)
- h) Anwendung der Differentialrechnung (Kurvendiskussion, Extremwertprobleme)
- i) Grundlagen der Integralrechnung (unbestimmtes Integral, Stammfunktion, bestimmtes Integral)
- j) Integration der elementaren Funktionen
- k) Anwendung der Integralrechnung (Flächenberechnungen)
- l) Grundbegriffe der analytischen Geometrie (Gerade, Kreis, Parabel)
- m) Grundlagen der Vektoralgebra im Anschauungsraum (Addition, Subtraktion, S-Multiplikation, Skalarprodukt)

Es wird empfohlen, diese Stoffinhalte vor Studienbeginn zu wiederholen!

Bei den Kenntnissen der Mathematik kommt es für angehende Ingenieure nicht nur auf das Verständnis der theoretischen Zusammenhänge an, sondern hauptsächlich auf das zuverlässige Bearbeiten von Anwendungsaufgaben.

Insbesondere wird in den ingenieurtechnischen Grundlagenfächern sowohl für die Wissensaneignung neuer Themen als auch für eine zügige Bearbeitung von Übungsaufgaben eine hinreichende Beherrschung höherer mathematischer Fertigkeiten, wie beispielsweise Differential- und Integralrechnung, vorausgesetzt.

Sollten in den mathematischen Vorkenntnissen Lücken vorhanden sein, so wird dringend empfohlen, den von der Staatlichen Studienakademie Heidenheim angebotenen Vorkurs zu belegen.

Testen Sie anhand der folgenden Aufgaben Ihre individuellen Fertigkeiten.

Nr.	Aufgabe	Lösung
1	Berechnen Sie die Nullstellen folgender rationaler Funktionen: a) $y = -x^2 + x + 6$ b) $y = 3x^2 + 18x + 27$ c) $y = 2x^2 + 4x + 20$	$x_1 = -2, x_2 = 3$ $x_{1,2} = -3$ keine
2	Lösen Sie nach x auf: a) $ x - 3 < 1$ b) $18x - 3x^2 > 0$ c) $\sqrt{x+8} + \sqrt{x-1} = 9$	$2 < x < 4$ $0 < x < 6$ $x = 17$
3	Zerlegen in Faktoren: a) $9x^2 + 12x^3$ b) $x^4 - 81$ c) $4a - 2 + 2a^5 - a^4$	$3x^2(3 + 4x)$ $(x^2 + 9)(x + 3)(x - 3)$ $(a^4 + 2)(2a - 1)$
4	Zusammenfassen - Vereinfachen: a) $\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{x^2-1}{2x}\right)^2 + 1}} \cdot \frac{4x^2 - 2(x^2 - 1)}{4x^2}$ b) $\frac{3xy - y^2}{\frac{x^2 - 2xy + y^2}{y^2} + \frac{x - 3y}{x^2 - y^2}} \cdot \frac{2x + 2y}{2x}$ $\frac{3xy - y^2}{x - y}$	$\frac{1}{ x }$ $\frac{3(x + y)}{xy}$
5	Potenzen und Wurzeln: a) $\left(\frac{9}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}$ b) $x^{\frac{5}{6}} \cdot x^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[6]{x^{-9}}$ c) $\left(\frac{a^{-3} \cdot a^0}{a^{-6}}\right)^{\frac{1}{3}}$ mit $a \neq 0$	$+\frac{2}{3}$ 1 a
6	Gleichungen – Gleichungssysteme a) $\frac{3x - 12}{5} - \frac{x - 10}{2} + 5 = 9 + \frac{x - 21}{3}$ b) $4m + nx - 2n = 2mx$ c) Zwei kleine kreisrunde Blechplatten haben zusammen den gleichen Umfang wie eine große Blechplatte von 3m Durchmesser. Legt man die kleinere der beiden Blechplatten konzentrisch auf die größere, so entsteht ein Kreisring. Die große Blechplatte ist dann dreimal so groß wie der Kreisring. Wie groß sind die Durchmesser der beiden kleinen Blechplatten?	a) $x = 24$ b) $x = 2$, falls $2m \neq n$; $x \in \mathbb{R}$, falls $2m = n$ c) 1m und 2m

7	<p>Nullstellen</p> <p>a) $f(x) = 2^x - 0,125$</p> <p>b) $f(x) = e^x + 6e^{-x} - 5$</p> <p>c) $f(x) = 16^{2x-2} - 2^{3x-2}$</p>	<p>$x = -3$</p> <p>$x_1 = \ln 3, x_2 = \ln 2$</p> <p>$x = \frac{6}{5}$</p>
8	Ein Rad hat einen Durchmesser von 80cm. Wie viel Umdrehungen macht es auf einer Strecke von 1,5km?	597
9	Aus einer quadratischen Blechplatte ($a=24\text{cm}$) sollen in einem Fall ein Kreis, in einem anderen Fall 4 Kreise ausgeschnitten werden. Wie groß ist in beiden Fällen der Abfall?	In beiden Fällen $123,6\text{cm}^2$
10	Die Decke eines Turmzimmers ist kegelförmig ($D = 5,2\text{m}$; $h = 2,8\text{m}$). Die Wand des Zimmers ist 4m hoch. Wie viel kostet der Anstrich von Decke und Wand, wenn für 1m^2 18,00 € verlangt werden?	1738,00 €
11	<p>Ein Brunnen soll 12m tief ausgeschachtet werden. Zum Schutz gegen das Erdreich wird er 38cm stark ausgemauert. Die Mauer ragt 0,5m aus dem Erdboden heraus. Der Innerdurchmesser beträgt 2,1m.</p> <p>a) Wie viel m^3 Erdreich sind auszuschachten?</p> <p>b) Wie viel Ziegelsteine werden benötigt? (Für 1m^3 werden 380 Steine benötigt)</p> <p>c) Wie viel m^3 Wasser sind im Brunnen, wenn der Wasserspiegel 4,2m von der Oberkante entfernt ist?</p>	<p>a) $77,09\text{m}^3$</p> <p>b) 14063</p> <p>c) $28,748\text{m}^3$</p>
12	<p>Untersuchen Sie die folgende Funktion auf Beschränktheit, Monotonie und Stetigkeit. Geben Sie (falls diese existiert) die Umkehrfunktion an.</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} + 1 & \text{für } -2 \leq x < 0 \\ 2^x & \text{für } 0 \leq x \leq 3 \end{cases}$	<p>Streng monoton wachsend, beschränkt, stetig</p> $f^{-1}(x) = \begin{cases} 2(x-1), & x \in [0,1) \\ \frac{\ln x}{\ln 2}, & x \in [1,8] \end{cases}$
13	<p>Bestimmen Sie Definitions- und Wertebereich folgender Funktionen:</p> <p>a) $y = -\sqrt[3]{2x}$</p> <p>b) $y = \frac{x}{2x-3}$</p> <p>c) $y = 1 + \ln x$</p>	<p>a) $D = \mathfrak{R}_0^+, W = \mathfrak{R}_0^-$</p> <p>b) $D = \mathfrak{R} \setminus \left\{ \frac{3}{2} \right\}, W = \mathfrak{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$</p> <p>c) $D = \mathfrak{R}^+, W = \mathfrak{R}$</p>
14	<p>Untersuchen Sie folgende Funktionen auf Symmetrie zur y-Achse:</p> <p>a) $y = 3x^4 + 2x^2 - 1$</p> <p>b) $y = 2x^3 - \sin x$</p> <p>c) $y = \cos x \cdot \sin^2 x$</p>	<p>a) symmetrisch</p> <p>b) nicht symmetrisch</p> <p>c) symmetrisch</p>
15	<p>Bestimmen Sie die Nullstellen folgender Funktion:</p> $y = x^4 - x^3 - 11x^2 + 9x + 18$	-1; 2; -3; 3
16	<p>Untersuchen Sie die folgende Funktion auf Stetigkeit und Differenzierbarkeit:</p> $y = 4x - x^2 \quad \text{für } -1 \leq x \leq 5$	<p>stetig im gesamten Definitionsbereich; nicht differenzierbar bei 0 und 4</p>

17	<p>Bilden Sie die erste Ableitung folgender Funktionen:</p> $y = (x^2 + 5x) \cdot \ln(3x^2)$ $y = (1 - \sqrt[3]{x})^3$ $y = -\frac{\cos x}{2x \cdot \tan x}$ $y = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$ $y = \sin \sqrt{1-2x}$ $y = (9x^3 + 2x^2 \cdot \ln x) \cdot e^{-5x^3}$	$y' = 2x \ln(3x^2) + 5 \ln(3x^2) + 2x + 10$ $y' = -\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + \frac{2}{\sqrt[3]{x}} - 1$ $y' = \frac{\cos x}{2x^2 \sin^2 x} (x(\sin^2 x + 1) + \sin x \cos x)$ $y' = \frac{1}{x^2 - 1} \cdot \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$ $y' = -\frac{\cos \sqrt{1-2x}}{\sqrt{1-2x}}$ $y' = e^{-5x^3} (-135x^5 - 30x^4 \cdot \ln x + 27x^2 + 2x + 4x \cdot \ln x)$
18	<p>Untersuchen Sie die Kurve mit der Gleichung</p> $y = \frac{x-3}{x^2-5}$ <p>auf Symmetrie, Achsenschnittpunkte, Extremwert und Asymptoten.</p>	<p>Keine einfache Symmetrie, Nullstelle (3/0) T(1/0,5) H(5/0,1) As: $x = \pm\sqrt{5}$ bzw $y=0$</p>
19	<p>Bestimmen Sie die folgenden unbestimmten Integrale:</p> $\int \sqrt{3} \cdot \sin t \, dt$ $\int \frac{1}{2} \cos 2x \, dx$ $\int e^{-x} \, dx$ $\int 3 \cdot e^{\frac{2x}{3}} \, dx$ $\int \frac{dx}{4-x}$	$-\sqrt{3} \cdot \cos t + C$ $\frac{1}{4} \sin 2x + C$ $-e^{-x} + C$ $\frac{9}{2} e^{\frac{2x}{3}} + C$ $-\ln 4-x + C \quad x \neq 4$
20	<p>Bestimmen Sie die Gleichung der Funktion 3. Grades, welche die Parabel mit der Gleichung $y = 1/4 x^2$ in 0 berührt und in $H\left(5/\frac{25}{4}\right)$ ihren Hochpunkt hat. Berechnen Sie die Fläche A, die von beiden Kurven umschlossen wird.</p>	$y = -1/10 x^3 + 3/4 x^2;$ $A = 5 \frac{5}{24}$
21	<p>Zeigen Sie, dass sich die Graphen von $y = \sin x$ und $y = \cot x$ rechtwinklig schneiden. An welcher Stelle geschieht das (im Definitionsbereich $0 < x < \pi$)?</p>	$x_5 = 0,9046$
22	<p>Bestimmen Sie die Stammfunktion zu $f(x) = 3x^2 - 6x$. Bestimmen Sie die Gleichung des Graphen, der durch P (-1/-4) geht. Welchen Inhalt hat die Fläche, die er mit der x-Achse umschließt? Welcher dieser Graphen hat seinen Tiefpunkt auf der x-Achse, und wo liegt dieser?</p>	$y = x^3 - 3x^2 + C$ $y = x^3 - 3x^2; A = 27/4$ $y = x^3 - 3x^2 + 4$ $T(2/0)$
23	<p>Bestimmen Sie den Inhalt der einzelnen Flächen zwischen dem Bild von $y = 1/2 - \cos x$ und der x-Achse; $x \in [0; 2\pi]$.</p>	$A_1 = A_3 = \frac{1}{2} \sqrt{3} - \frac{\pi}{6}$ $A_2 = \frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}$
24	<p>In welchem Verhältnis teilt der Graph von $y = \sqrt{2} \sin x$ das Dreieck, welches die Geraden $y = 1$, $y = x + 1 - \pi/4$, und $x = \pi/2$ umschließen?</p>	$A_1 = \pi/4 + \pi^2/32 - 1$ $A_2 = 1 - \pi/4$ $A_1 / A_2 = 0,4372$

25	In welchem Punkt und unter welchem Winkel schneiden sich die Geraden $g_1: 3x - 2y + 5 = 0$ und $g_2: 2x + 7y + 8 = 0$	Schnittpunkt $S(-51/25 \mid -14/25)$ Schnittwinkel: $72,26^\circ$
26	Untersuchen Sie, ob die Geraden $g_1: \vec{r} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $g_2: \vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ windschief sind.	Die beiden Geraden sind nicht windschief, sie besitzen den Schnittpunkt: $S(1/3 \mid 1)$
27	Wie lautet die Gleichung der Tangente an den Kreis mit $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$ in einem Punkt P_1 mit der Abszisse -1 und positiver Ordinate?	$y = \frac{3}{4}x + \frac{31}{4}$
28	Berechnen Sie bei der Folge 5, 9, 13, a_{16} und s_{16} .	65; 560
29	Vom wievielten Gliede ab sind die Glieder der Folge 1, 9/10, 81/100,kleiner als 10^{-4} ?	89
30	Ein Körper bewegt sich auf der s-Achse nach dem Gesetz: $s = kt^3 + bt^2 + ct$ mit $k=1/3 \text{ m/s}^3$, $b = -2 \text{ m/s}^2$, $c = 3 \text{ m/s}$. Bestimmen Sie das Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz $[v(t)]$ und das Beschleunigungs-Zeit-Gesetz $[a(t)]$. Zu welchen Zeitpunkten ändert der Körper die Richtung der Bewegung?	$v(t) = 1 \text{ m/s}^3 \cdot t^2 - 4 \text{ m/s}^2 \cdot t + 3 \text{ m/s}$ $a(t) = 2 \text{ m/s}^3 \cdot t - 4 \text{ m/s}^2$ $t_1 = 3 \text{ s}; t_2 = 1 \text{ s}$
31	Ein wasserführender Stollen hat einen parabelförmigen Querschnitt mit 4 m Sohlenbreite und 3,8 m Scheitelhöhe (mit obenliegendem Scheitelpunkt). Wieviel m^3 Wasser kann der Stollen in einer Sekunde führen bei einer zulässigen Höchstgeschwindigkeit des Wassers von $v = 3,5 \text{ m/s}$ und einer Füllung bis 3/4 der Scheitelhöhe?	Querschnitt $8\frac{13}{15} \text{ m}^2$ Volumenstrom $31\frac{1}{30} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$

Sollten Sie festgestellt haben, dass Sie bei der Lösung der obigen Testaufgaben größere Schwierigkeiten hatten, so wird dringend empfohlen, den von der Dualen Hochschule Baden-Württemberg Heidenheim angebotenen Vorkurs zu belegen.